

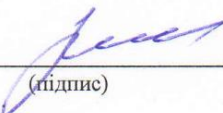
Додаток до робочої програми навчальної дисципліни

**«Стохастичні методи у фізиці»**

(назва дисципліни)

Дію робочої програми продовжено: на 2022/2023 н. р.

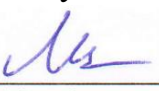
Заступник декана фізичного факультету з навчальної роботи

  
(підпис)

Рохмістров Д.В.  
(прізвище, ініціали)

« 30 » 08 2022 р.

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_ факультету

  
(підпис)

Макаровський М.О.  
(прізвище, ініціали)

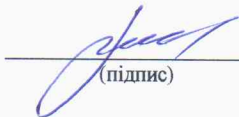
« 30 » 08 2022 р.

Додаток до робочої програми навчальної дисципліни

**Спеціальний курс «Стохастичні методи у фізиці»**  
(назва дисципліни)

Дію робочої програми продовжено: на 2021/2022 н. р.

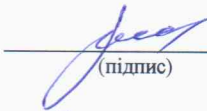
Заступник декана фізичного факультету з навчальної роботи

  
(підпис)

Рохмістров Д.В.  
(прізвище, ініціали)

«30» 08 2021 р.

Голова науково-методичної комісії фізичного факультету

  
(підпис)

Макаровський М.О.  
(прізвище, ініціали)

«30» 08 2021 р.

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра теоретичної фізики імені академіка І.М.Ліфшиця

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор  
з науково-педагогічної роботи



Робоча програма навчальної дисципліни

**Стохастичні методи у фізиці**

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ магістр \_\_\_\_\_

галузь знань \_\_\_\_\_ 10 Природничі науки \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

спеціальність \_\_\_\_\_ 104 – Фізика та астрономія \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

освітня програма \_\_\_\_\_ Освітньо-наукова програма “ Фізика ” \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

спеціалізація \_\_\_\_\_ “Фізика” \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

вид дисципліни \_\_\_\_\_ за вибором \_\_\_\_\_  
(обов’язкова / за вибором)

факультет \_\_\_\_\_ фізичний \_\_\_\_\_

20\_20\_ / 20\_21\_ навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою фізичного факультету .

“28” серпня 2020 року, протокол № 5

**РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:**

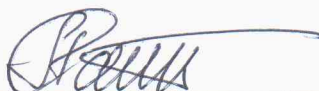
**Шкловський Валерій Олександрович , докт. фіз.-мат. наук, професор**

Програму схвалено на засіданні кафедри теоретичної фізики імені академіка І.М.Ліфшиця

Протокол від “ 24 ” 06 2020 року № 10

Завідувач кафедри теоретичної фізики імені академіка І.М.Ліфшиця

3



(підпис)

Ралба Г.І.

(прізвище та ініціали)

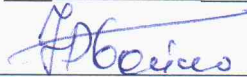
Програму погоджено з гарантом освітньої програми

фізика (спеціальність 104 – фізика та астрономія)

назва освітньої програми

Гарант освітньої-наукової програми

(керівник проектної групи) Бойко Ю.І.



(підпис)

Бойко Ю.І.

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено методичною комісією

фізичного факультету

назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “ 25 ” 06 2020 року № 10

Голова методичної комісії фізичного факультету



(підпис)

Макаровський М.О..

(прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Стохастичні методи у фізиці**» складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки другого рівню вищої освіти – магістр

спеціальності (напрямку) – 104 – «фізика та астрономія»  
освітньо-професійна програма – фізика

### 1. Опис навчальної дисципліни

#### 1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни «**Стохастичні методи у фізиці**» є формування уявлень студентів про теорію стохастичних процесів у фізиці, зокрема про марковські, дифузійні, стаціонарні та гаусові процеси, основне кінетичне рівняння, різні форми рівняння Фоккера-Планка, Ланжевена, суперпарадокс Іто-Стратоновича

#### 1.2. Основні завдання вивчення дисципліни “**Стохастичні методи у фізиці**” навчити студентів

- основам теорії стохастичних процесів,
- знаходженню точних та наближених рішень основного кінетичного рівняння,
- теорії стохастичних диференціальних рівнянь із врахуванням суперпарадоксу Іто-Стратоновича,
- користуючись навчальною та довідковою літературою, обирати адекватні методи вирішення задач стохастичної фізики.

#### 1.3. Кількість кредитів 5

#### 1.4. Загальна кількість годин 150

|                                                                                                                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.5. Характеристика навчальної дисципліни                                                                       |
| За вибором                                                                                                      |
| Денна форма навчання                                                                                            |
| Рік підготовки                                                                                                  |
| 1-й                                                                                                             |
| Семестр                                                                                                         |
| 2-й                                                                                                             |
| Лекції                                                                                                          |
| 24 год.                                                                                                         |
| Практичні, семінарські заняття                                                                                  |
| 12 год.                                                                                                         |
| Не передбачені навчальним планом                                                                                |
| Лабораторні заняття                                                                                             |
| Не передбачені навчальним планом                                                                                |
| Самостійна робота                                                                                               |
| 114 год. (в тому числі 20 год. на виконання курсової роботи та 10 год. на підготовку до двох контрольних робіт) |
| Індивідуальні завдання                                                                                          |
| Курсова робота під час самостійної роботи – 20 год. з 114 год.                                                  |

1.6. Згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми студенти повинні досягти таких результатів навчання:

**знати:** наближені та точні методи дослідження стохастичних систем.

**вміти:** досліджувати дифузійні стохастичні процеси у нелінійних середовищах.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Розділ 1. ОСНОВНІ МЕТОДИ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ СТОХАСТИЧНОЇ ФІЗИКИ

- Тема 1. Вступ до рівнянь Фоккера-Планка
- Тема 2. Детерміновані диференціальні рівняння
- Тема 3. Стохастичні диференціальні рівняння
- Тема 4. Рівняння руху для функції розподілу
- Тема 5. Рівняння Фоккера-Планка однієї змінної
- Тема 6. Рівняння Фоккера-Планка для N змінних
- Тема 7. Як з'являється рівняння Фоккера-Планка та його цілі.
- Тема 8. Вирішення рівняння Фоккера-Планка.
- Тема 9. Рівняння Крамерса та Смолуховського
- Тема 10. Узагальнювання рівняння Фоккера-Планка
- Тема 11. Рівняння Больцмана
- Тема 12. Управляюче рівняння ( master equation)
- Тема 13. Броунівський рух по А.Ейнштейну
- Тема 14. Рівняння Ланжевена

### Розділ 2. СТОХАСТИЧНІ ПРОЦЕСИ

- Тема 15. Стохастичні змінні – одновимірний випадок
- Тема 16. Функція розподілу, середні, моменти
- Тема 17. Характеристична функція, кумулянти та їх властивості
- Тема 18. Чотири важливих стохастичних змінних
- Тема 19. Багатовимірні розподіли імовірностей
- Тема 20. Часткові розподіли, умовні змінні та правило Байєса
- Тема 21. Характеристична функція, моменти і кумулянти
- Тема 22. Матриця коваріації
- Тема 23. Три критерію статистичної незалежності
- Тема 24. Гаусів розподіл
- Тема 25. Перетворення змінних
- Тема 26. Підсумовування стохастичних змінних
- Тема 27. Центральна гранична теорема та її доведення
- Тема 28. Стохастичні процеси – їх означення та основні властивості
- Тема 29. Стохастичні процеси – підхід через реалізації
- Тема 30. Ієрархія функцій розподілу
- Тема 31. Гаусові процеси
- Тема 32. Стохастичні процеси – умовні вірогідності
- Тема 33. Марківські процеси
- Тема 34. Рівняння Чепмена -- Колмогорова
- Тема 35. Приклади марківських процесів
- Тема 36. Стохастичний процес Вінера -- Леві
- Тема 37. Стохастичний процес Орнштейна – Уленбека
- Тема 38. Управляюче рівняння як рівняння балансу
- Тема 39. Управляюче рівняння із рівняння Чепмена -- Колмогорова
- Тема 40. Розкладення Крамерса – Мойала управляючого рівняння
- Тема 41. Рівняння Фоккера – Планка із рівняння Крамерса – Мойала
- Тема 42. Обчислення моментів переходів
- Тема 43. Приклади рівняння Фоккера – Планка

- Тема 45. Рівняння дифузії у фазовому просторі  
 Тема 46. Рівняння Ланжевена із мультишумом  
 Тема 47. Теорема Новікова–Фуруцу  
 Тема 48. Виведення рівняння Фоккера – Планка із рівняння Ланжевена  
 Тема 49. Приклади рівнянь Ланжевена  
 Тема 50. Рівняння Клейна – Крамерса  
 Тема 51. Рівняння Смолуховського

### 3. Структура навчальної дисципліни

| Назви розділів                                                            | Кількість годин |              |    |      |      |          |              |              |    |      |      |          |
|---------------------------------------------------------------------------|-----------------|--------------|----|------|------|----------|--------------|--------------|----|------|------|----------|
|                                                                           | денна форма     |              |    |      |      |          | заочна форма |              |    |      |      |          |
|                                                                           | усього          | у тому числі |    |      |      |          | усього       | у тому числі |    |      |      |          |
|                                                                           |                 | л            | п  | лаб. | інд. | с.<br>р. |              | л            | п  | лаб. | інд. | с.<br>р. |
| 1                                                                         | 2               | 3            | 4  | 5    | 6    | 7        | 8            | 9            | 10 | 11   | 12   | 13       |
| <b>Розділ 1. ОСНОВНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ<br/>СТОХАСТИЧНОЇ ФІЗИКИ</b> |                 |              |    |      |      |          |              |              |    |      |      |          |
| Разом за розділом 1                                                       | 28              | 8            | 4  |      |      | 40       |              |              |    |      |      |          |
| <b>Розділ 2. РОЗДІЛ 2. СТОХАСТИЧНІ ПРОЦЕСИ</b>                            |                 |              |    |      |      |          |              |              |    |      |      |          |
| Разом за розділом 2                                                       | 62              | 16           | 8  |      |      | 74       |              |              |    |      |      |          |
| <b>Усього годин</b>                                                       | 150             | 24           | 12 |      |      | 114      |              |              |    |      |      |          |

### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

Не передбачені навчальним планом.

### 5. Завдання для самостійної роботи

Пояснення щодо того, що повинен зробити студент під час самостійної роботи.

1. По всіх нижче вказаних темах опрацювати конспекти лекцій, прочитати відповідні параграфи в підручниках [1–8].
2. Виконати самостійно домашні завдання.
3. Самостійно написати та захистити курсову роботу.

| №<br>з/п | Види, зміст самостійної роботи                                                                         | Кількість<br>годин |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| 1        | Самостійно прочитати про детерміновані та стохастичні диференціальні рівняння та методи їх розв'язання | 10                 |
| 2        | Самостійно вивчити методи розв'язання рівняння Фоккера–Планка.                                         | 10                 |
| 3        | Провести узагальнювання рівняння Фоккера–Планка                                                        | 10                 |
| 4        | Самостійно прочитати про історію виникнення рівняння Больцмана                                         | 10                 |
| 5        | Знайти в літературних джерелах приклади марківських процесів                                           | 10                 |
| 6        | Стохастичний процес Вінера – Леві                                                                      | 10                 |
| 7        | Стохастичний процес Орнштейна – Уленбека                                                               | 10                 |
| 8        | Управляюче рівняння як рівняння балансу                                                                | 10                 |
| 9        | Самостійно розглянути рівняння дифузії для координати частинки та рівняння дифузії у фазовому просторі | 14                 |
| 10       | Виконання протягом семестру курсової роботи                                                            | 20                 |
|          | <b>Разом</b>                                                                                           | <b>114</b>         |

## 6. Індивідуальні завдання

Навчальним планом не передбачені.

## 7. Методи контролю

Поточне опитування, дві контрольні роботи за основними розділами, написання та захист курсової роботи, перевірка домашніх завдань, екзамен.

## 8. Схема нарахування балів

| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання |          |                                                  |                |         |      |
|--------------------------------------------------------------|----------|--------------------------------------------------|----------------|---------|------|
| Розділ 1                                                     | Розділ 2 | Контрольна робота, передбачена навчальним планом | Курсова робота | Екзамен | Сума |
| T1-T14                                                       | T15-T51  | 2 контрольні роботи                              |                | 40      | 100  |
| 10                                                           | 10       | 10+10                                            | 20             |         |      |

Для зарахування розділів 1-2 треба набрати у підсумку не менше 5 балів за результатами поточного опитування, написати контрольну роботу по кожному з розділів та отримати за неї не менше 5 балів, а в підсумку – не менше 10 балів для зарахування усього розділу. Написати та захистити курсову роботу та отримати на неї не менше 10 балів. Для допуску до письмового екзамену треба набрати у підсумку не менше 30 балів. За екзаменаційну письмову роботу студент повинен набрати не менше 20 балів та загалом не менше 50 балів.

### Критерії оцінювання письмової екзаменаційної роботи

Екзаменаційний білет складається з двох теоретичних питань. Кожне питання оцінюється в 20 балів. У відповіді на теоретичні питання студент повинен продемонструвати знання теорії навчальної дисципліни «Фізична кінетика» та її понятійно-категоріального апарату, термінології, понять і принципів предметної області дисципліни.

Максимальні бали виставляються в разі чіткої, логічної, послідовної відповіді на поставлене питання, з висновками основних формул, формулюванням фізичних законів

У процесі оцінювання теоретичних завдань екзаменаційного білету враховуються:

- повнота розкриття питання (4 бали);
- уміння чітко формулювати визначення фізичних понять, термінів та пояснювати їх (4 бали);
- здатність аргументувати отриману відповідь (4 бали);
- здатність робити аналітичні міркування, порівняння, формулювання висновків (4 бали);
- логічна послідовність викладення матеріалу у відповіді на завдання (4 бали).

Відповідь має бути обґрунтованою, з посиланням на відповідні фізичні закони та рівняння, з послідовними розрахунками всіх основних формул, доведеними до кінцевого результату з чіткою відповіддю на поставлене питання. За рішення задачі (практичного завдання) нараховуються такі бали:

1. Повна та послідовно обґрунтована відповідь отримує оцінку 20 балів у випадку, коли студент отримав правильну відповідь і продемонстрував метод і спосіб її отримання.



2. Оцінка 12-19 балів виставляється за відповідь, в якій є несуттєві похибки в логіці викладу,
3. Відповідь на питання отримує оцінку 7-11 балів, коли студент не отримав правильну відповідь або написав тільки кінцеву формулу без пояснень та виводу.
4. Відповідь на питання отримує оцінку 0-10 балів, коли студент не отримав правильну відповідь, причому метод і спосіб розв'язання завдання були не вірними.

**Екзамен зданий, якщо сумарна оцінка за письмову екзаменаційну роботу не менше 20 балів, а сумарний підсумковий бал не менше 50 балів.**

### Шкала оцінювання

| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка       |               |
|----------------------------------------------------------------|--------------|---------------|
|                                                                | для екзамену | для заліку    |
| 90 – 100                                                       | відмінно     | зараховано    |
| 70-89                                                          | добре        |               |
| 50-69                                                          | задовільно   |               |
| 1-49                                                           | незадовільно | не зараховано |

### 9. Рекомендована література Основна література

1. Н.Г. Ван Кампен. Стохастические процессы в физике и химии – М. Высшая школа, 1990—376 с.
2. К.В. Гардинер. Стохастические методы в естественных науках. -- М. Мир, 1986 – 526 с.
3. Р. Балеску. Равновесная и неравновесная статистическая механика, том 2 – М. Мир, 1978 – 399 с.
4. С.М. Рытов. Введение в статистическую радиофизику, часть 1-- Случайные процессы – М. Наука, 1976 – 496с.
5. С.М. Рытов, Ю.А. Кравцов, В.И. Татарский. Введение в статистическую радиофизику, часть 2-- Случайные поля – М. Наука, 1978 – 464с.
6. В. Эбелинг. Образование структур при необратимых процессах. М. Мир, 1979 – 279с.
7. В. Хорстхемке, Р. Лефевр. Индуцированные шумом переходы. М. Мир, 1987 – 397с.
8. Р.Л. Стратонович. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М. Советское радио, 1961 – 558с.

### Допоміжна література

1. H. Risken. The Fokker-Planck Equation. Methods of Solution and Applications. Springer, 198 – 472 p.
2. W.T. Coffey, Yu.P. Kalmykov. The Langevin Equation. With Applications to Stochastic Problems in Physics, Chemistry and Electrical Engineering. 3rd Edition .World Scientific, 2012 -- 852p.
3. D.T. Gillespie. Markov Processes. An Introduction for Physical Scientists. Academic Press, Inc, 1992 –558p.

4. R. Mannella and P.V.E. McClintock. Ito Versus Stratonovich: 30 Years Later. Fluctuation and Noise Letters 11N1(2012) 1240010.
5. А.И. Олемской. Теория стохастических систем с сингулярным мультипликативным шумом. Успехи Физических Наук 168(3)287-321(1998)

9. **Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення**

<https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-s096-topics-in-mathematics-with-applications-in-finance-fall-2013/video-lectures/>