

Індивідуальні розрахункові завдання з квантової механіки

для студентів 4 курсу фізичного факультету, 2017/2018 навчальний рік.

1. Розв'язати рівняння Шредінгера для частинки, яка перебуває в потенціальному полі

$$V(x) = V_0 (e^{-2\alpha x} - 2e^{-\alpha x}); \quad V_0 > 0; \quad a > 0.$$

2. Знайти хвильові функції стаціонарних станів і рівні енергії частинки в однорідному полі тяжіння g для випадку, коли рух частинки обмежений знизу площиною, яка ідеально відбиває.

3. Знайти хвильові функції стаціонарних станів і рівні енергії частинки в полі

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x \leq 0; \\ \alpha x, & x > 0. \end{cases}$$

4. Знайти енергетичний спектр і нормовані хвильові функції стаціонарних станів гармонійного осцилятора в імпульсному зображенні, виходячи з розв'язку рівняння Шредінгера в цьому зображенні.

5. Знайти енергетичний спектр і нормовані хвильові функції стаціонарних станів частинки в полі

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0; \\ \frac{kx^2}{2}, & x \geq 0; k > 0. \end{cases}$$

6. Знайти енергетичний спектр і нормовані хвильові функції стаціонарних станів частки в поле

$$U = \alpha x + \beta x^2; \quad \alpha > 0; \beta > 0.$$

7. Розв'язати рівняння Шредінгера для частинки, яка перебуває в потенціальному полі

$$U(x) = -\frac{U_0}{ch^2 \alpha x}; \quad U_0 > 0; \quad a > 0.$$

8. Знайти хвильові функції й рівні енергії частинки в полі наступного вигляду

$$V(x) = V_0 \left(\frac{a}{x} - \frac{x}{a} \right)^2; \quad x > 0; \quad V_0 > 0; \quad a > 0$$

Показати, що енергетичний спектр збігається зі спектром лінійного осцилятора.

9. Визначити рівні енергії для частинки, яка перебуває в потенціальному полі

$$U(x) = -\frac{U_0}{\operatorname{ch}^2 \frac{x}{a}}; \quad U_0 > 0; \quad a > 0.$$

10. Визначити рівні енергії й хвильові функції частинки в полі

$$U(x) = U_0 \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi x}{a}; \quad 0 < x < a; \quad U_0 > 0; \quad a > 0.$$

11. Визначити рівні енергії й хвильові функції частинки в полі

$$U(x) = U_0 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi x}{a}; \quad |x| < a/2; \quad U_0 > 0; \quad a > 0.$$

12. Знайти рівні енергії й хвильові функції частинки в одновимірній кулонівській потенціальній ямі, яка задається потенціалом

$$U(x) = -\frac{e^2}{|x|}.$$

13. Розв'язати рівняння Шредінгера для частинки, яка перебуває в потенціальному полі

$$V(x) = V_0 (e^{-\alpha x} - 1)^2; \quad V_0 > 0; \quad \alpha > 0.$$

14. Розв'язати рівняння Шредінгера для частинки, яка перебуває в потенціальному полі

$$V(x) = V_0 (e^{-x/a} - 1)^2; \quad V_0 > 0; \quad a > 0.$$

15. Визначити хвильові функції зарядженої частинки в однорідному полі

$$U(x) = -F \cdot x.$$

16. Знайти коефіцієнти проходження й відбиття частинок у випадку потенціалу такого вигляду (потенціальна сходинка)

$$U(x) = \frac{U_0}{1 + e^{-\left(\frac{x}{a}\right)}}; \quad U_0 > 0; \quad a > 0.$$

Розглянути граничні випадки $E \rightarrow \infty$, $E \rightarrow U_0$.

17. Знайти коефіцієнти проходження та відбиття частинок у випадку потенціалу такого вигляду (потенційна сходинка)

$$U(x) = \frac{U_0}{1 + e^{-\alpha x}}; \quad U_0 > 0; \quad \alpha > 0.$$

Розглянути граничні випадки $E \rightarrow \infty$, $E \rightarrow U_0$.

18. Визначити коефіцієнт проходження частинок через потенціальний бар'єр виду

$$U(x) = \frac{U_0}{ch^2 \frac{x}{a}}; \quad U_0 > 0; \quad a > 0.$$

19. Визначити коефіцієнт проходження частинок через потенціальний бар'єр виду

$$U(x) = \frac{U_0}{ch^2 \alpha x}; \quad U_0 > 0; \quad \alpha > 0.$$

20. Знайти коефіцієнт проходження частинок через потенціальний бар'єр виду

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ U_0 \left(1 - \frac{x}{a}\right), & x > 0; \end{cases} \quad U_0 > 0; \quad a > 0.$$

21. Знайти енергетичні рівні й хвильові функції в декартових координатах стаціонарних станів плоского гармонічного осцилятора.

22. Знайти енергетичні рівні й хвильові функції в декартових координатах стаціонарних станів просторового гармонічного осцилятора.

23. Знайти енергетичні рівні й хвильові функції стаціонарних станів частинки в нескінченно глибокій двовимірній потенційній ямі

$$U(\rho) = \begin{cases} 0, & \rho \leq a; \\ \infty, & \rho > a. \end{cases}$$

24. Знайти енергетичні рівні дискретного спектра частинки у двовимірній потенційній ямі виду

$$U(\rho) = \begin{cases} -U_0, & \rho < a; \\ 0, & \rho \geq a. \end{cases}$$

25. Для частинки, що перебуває у двовимірному полі

$$U(\rho) = -\alpha\delta(\rho - a); \quad \alpha > 0; \quad a > 0,$$

знайти енергетичні рівні дискретного спектра.

26. Знайти енергетичні рівні енергії частинки дискретного спектра у двовимірному полі

$$U(\rho) = -\frac{\alpha}{\rho}; \quad \alpha > 0.$$

27. Знайти рівні енергії та нормовані хвильові функції стаціонарних станів сферичного осцилятора $U(r) = \frac{kr^2}{2}$, використовуючи метод поділу змінних у декартових координатах. Визначити кратність виродження рівнів.

28. Знайти рівні енергії та нормовані хвильові функції стаціонарних станів сферичного осцилятора $U(r) = \frac{kr^2}{2}$, виходячи з розв'язку рівняння Шредінгера в сферичних координатах. Визначити кратність виродження рівнів.

29. Знайти енергетичні рівні частки в поле

$$U(r) = -\alpha\delta(r - a); \quad \alpha > 0; \quad a > 0.$$

Яка умова існування станів дискретного спектра з моментом $l = 0$?

30. Знайти рівні енергії дискретного спектра із $l = 0$ для частинки в полі

$$U(r) = -U_0 e^{-\frac{r}{a}}; \quad U_0 > 0; \quad a > 0.$$

31. Визначити рівні енергії частинки, що рухається в центральній-симетричному полі з потенціальною енергією

$$U(r) = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r}; \quad A, B > 0.$$

32. Частинка перебуває в потенціальному полі

$$U(r) = -\frac{e^2}{r} + \frac{C}{r^2}; \quad C > 0.$$

Знайти рівні енергії частинки та відповідні їм хвильові функції.

33. Визначити рівні енергії частинки, яка рухається в центральньо-симетричному полі з потенційною енергією

$$U(r) = \frac{A}{r^2} + Br^2; \quad A, B > 0.$$

34. Дослідити рух частинки в одновимірному полі

$$U = \begin{cases} \infty, & x < 0; \\ \frac{k(x-a)^2}{2}, & x \geq 0; \end{cases} \quad k > 0; a > 0.$$

35. Дослідити рух частинки в одновимірному полі

$$U = \begin{cases} \frac{ka^2}{2} = \text{const}; & |x| > a; \\ \frac{kx^2}{2}, & |x| \leq a; \end{cases} \quad k > 0, a > 0.$$

36. Визначити рівні енергії частинки, яка рухається в центральньо-симетричному полі з потенційною енергією

$$U(r) = \begin{cases} -U_0, & 0 \leq r < a_1; \quad U_0 > 0; \\ 0, & a_1 < r \leq a_2; \\ \infty, & r > a_2. \end{cases}$$

37. Визначити рівні енергії частинки, яка рухається в центральньо-симетричному полі з потенційною енергією

$$U(r) = \begin{cases} U_0, & 0 \leq r < a_1; \quad U_0 > 0; \\ 0, & a_1 < r \leq a_2; \\ \infty, & r > a_2. \end{cases}$$

38. Визначити рівні енергії частинки, що рухається в центральньо-симетричному полі з потенційною енергією

$$U(r) = \begin{cases} 0, & 0 \leq r < a_1; \quad U_0 > 0; \\ -U_0, & a_1 < r \leq a_2; \\ \infty, & r > a_2. \end{cases}$$

39. Визначити рівні енергії частинки, що рухається в центральньо-симетричному полі з потенційною енергією

$$U(r) = \begin{cases} 0, & 0 \leq r < a_1; \\ U_0, & a_1 < r \leq a_2; \quad U_0 > 0; \\ \infty, & r > a_2. \end{cases}$$

40. Знайти хвильові функції та рівні енергії частинки в одновимірному полі

$$U(x) = U_0 \left(\frac{1}{x^2} + x^2 \right); \quad U_0 > 0.$$

41. Визначити рівні енергії частинки, що рухається в центрально-симетричному полі з потенціальною енергією

$$U(r) = \begin{cases} -U_0, & 0 \leq r \leq a; \\ 0, & a < r \leq b; \\ \infty, & r > b; \end{cases} \quad (U_0 > 0).$$