

Квантовая механика. Физический факультет, 4 курс, 7 семестр.

Занятие № 17. Спин (окончание)

1. Проверка д/з.

1.1. Найти СФ и СЗ оператора $\vec{a} \cdot \hat{S}$, где \vec{a} – обычный вектор, \hat{S} – оператор спина $1/2$.

1.2. Вычислить $\overline{\hat{S}_n^2}$ для оператора проекции спина \hat{S}_n на произвольное направление, определяемое единичным вектором $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z) = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$. (см. ГКК № 5.2)

2. Решение задач.

Задача 1. Для спина $S = 1/2$ указать вид повышающего и понижающего операторов $S_{\pm} = S_x \pm iS_y$, рассмотреть их действие на собственные функции оператора S_z , найти $(S_{\pm})^2$ и антикоммутатор $S_+S_- + S_-S_+$. (ГКК № 5.11)

Задача 2. Для двух частиц со спином $1/2$ найти собственные функции оператора $\hat{S} = \hat{S}_1 + \hat{S}_2$, т. е. общие собственные функции операторов \hat{S}^2 и S_z (ГКК № 5.17 или Флюгге Т. 2, задача № 139)

Для справки. При сложении двух моментов: $S = S_1 + S_2, S_1 + S_2 - 1, \dots, |S_1 - S_2|$

Спиновые функции двух частиц со спином $S_1 = S_2 = 1/2$

Собственные функции	Собственные значения			Симметрия
	S	$\lambda_{S^2} = S(S+1);$	S_z	
$ \uparrow\rangle_1 \cdot \uparrow\rangle_2$	1	2	$S = +1$	Триплет $S = 1$ (симметричная спиновая функция)
$\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\rangle_1 \cdot \downarrow\rangle_2 + \downarrow\rangle_1 \cdot \uparrow\rangle_2)$	1	2	$S = 0$	
$ \downarrow\rangle_1 \cdot \downarrow\rangle_2$	1	2	$S = -1$	
$\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\rangle_1 \cdot \downarrow\rangle_2 - \downarrow\rangle_1 \cdot \uparrow\rangle_2)$	0	0	0	Синглет $S = 0$ (антисимметричная спиновая функция)

Здесь $|\uparrow\rangle_{1,2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $|\downarrow\rangle_{1,2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ собственные функции оператора $S_{1,2}^z$, отвечающие собственным значениям $+1/2$ и $-1/2$ соответственно, для первой и второй частиц.

Домашнее задание ГКК 5.17 (закончить)

ГКК - Галицкий Е.М., Карнаков Б.М., Коган В.И. Задачи по квантовой механике, 1981; ЛЛ – Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика

Доп.лит: Флюгге З. Задачи по квантовой механике. Т.1, Т.2. 1974