

Квантова механіка. Фізичний факультет, 4 курс, 7 семестр.

Заняття № 17. Спін (закінчення)

1. Перевірка д/з.

1.1. Знайти ВФ і ВЗ оператора $\vec{a} \cdot \hat{S}$, де \vec{a} – звичайний вектор, \hat{S} – оператор спіну $1/2$.

1.2. Обчислити $\overline{\hat{S}_n^2}$ для оператора проєкції спіну \hat{S}_n на довільний напрямок, що визначається одиничним вектором $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z) = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$. (див. ГКК № 5.2)

2. Розв'язування задач.

Задача 1. Для спіну $S = 1/2$ вказати вигляд операторів, що підвищують та понижують $S_{\pm} = S_x \pm iS_y$, розглянути їх дію на власні функції оператора S_z , знайти $(S_{\pm})^2$ і антикомутатор $S_+S_- + S_-S_+$. (ГКК № 5.11)

Задача 2. Для двох частинок зі спіном $1/2$ знайти власні функції оператора $\hat{S} = \hat{S}_1 + \hat{S}_2$, тобто загальні власні функції операторів \hat{S}^2 і S_z (ГКК № 5.17 або Флюгге Т. 2, задача № 139)

Довідка. При додаванні двох моментів: $S = S_1 + S_2, S_1 + S_2 - 1, \dots, |S_1 - S_2|$

Спінові функції двох частинок зі спінами $S_1 = S_2 = 1/2$

Власні функції	Власні значення			Симетрія
	S	$\lambda_{S^2} = S(S+1)$	S_z	
$ \uparrow\rangle_1 \cdot \uparrow\rangle_2$	1	2	$S = +1$	Триплет $S = 1$ (симетрична спінова функція)
$\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\rangle_1 \cdot \downarrow\rangle_2 + \downarrow\rangle_1 \cdot \uparrow\rangle_2)$	1	2	$S = 0$	
$ \downarrow\rangle_1 \cdot \downarrow\rangle_2$	1	2	$S = -1$	
$\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\rangle_1 \cdot \downarrow\rangle_2 - \downarrow\rangle_1 \cdot \uparrow\rangle_2)$	0	0	0	Синглет $S = 0$ (антисиметрична спінова функція)

Тут $|\uparrow\rangle_{1,2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $|\downarrow\rangle_{1,2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ власні функції оператора $S_{1,2}^z$, що відповідають власним значенням $+1/2$ і $-1/2$ відповідно, для першої і другої частинок.

Домашнє завдання ГКК 5.17 (закінчити)

ГКК - Галицкий Е.М., Карнаков Б.М., Коган В.И. Задачи по квантовой механике, 1981; ЛЛ – Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика

Дод.літ: Флюгге З. Задачи по квантовой механике. Т.1, Т.2. 1974