

Квантова механіка. Фізичний факультет, 4 курс, 7 семестр.

Заняття №16. Спін.

1. Перевірка д/з. Оцінити в квазікласичному наближенні коефіцієнт прозорості прямокутного бар'єра

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; x > a; \\ U_0, & 0 < x < a. \end{cases}$$

Вказати критерій придатності отриманого результату.

2. У квантовій механіці елементарній частинці приписують певний «власний» момент, не зв'язаний з її рухом у просторі. Власний механічний момент квантової частинки називають спіном. Оператор спіну \hat{S} має загальні властивості квантово-механічного момента, тобто задовольняє таким же комутаційним співвідношенням, що й оператор орбітального моменту \hat{l} :

$$[\hat{S}_i, \hat{S}_j] = i\varepsilon_{ijk} \hat{S}_k; \quad [\hat{S}^2, S_j] = 0; \quad i, j, k = x, y, z,$$

ε_{ijk} – символ Леві-Чивіті. Існують частинки з цілим (бозони) і напівцілим (ферміони) спіном.

$$\text{СЗ } \hat{S}^2 \quad \lambda_{S^2} = S(S+1);$$

$$\text{СЗ } \hat{S}_z \quad \lambda_{S_z} = S_z = -S, -S+1, \dots, S-1, S \quad (2S+1 \text{ різних значень})$$

$$S = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots$$

Повна хвильова функція частинки зі спіном $\Psi(\vec{r}, \sigma, t)$ залежить від дискретної спінової змінної σ . В якості спінової змінної можна вибрати S_z – величину проекції спіна на вісь z . Хвильова функція частинки зі спіном S має $2S+1$ компонент.

2.1. Оператор спіна можна представити в матричній формі. Для спіну $S=1/2$ це дворядні матриці Паулі

$$\hat{S} = \frac{1}{2} \hat{\sigma},$$

$$\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z); \quad \hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Нагадаємо, що властивості матриць Паулі вивчалися на заняттях № 3 і № 4 минулого семестру.

Задача 1. Для частинки зі спіном $S = 1/2$ знайти ВФ і ВЗ спінових операторів \hat{S}_j , $j = x, y, z$. (ГКК № 5.1)

Задача 2. Довести формули

$$\left(\vec{a} \cdot \hat{S}\right)^2 = \frac{a^2}{4}; \quad \left(\hat{S} \cdot \vec{a}\right)\left(\hat{S} \cdot \vec{b}\right) = \frac{1}{4}\vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{i}{2}\hat{S} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}).$$

3. Самостійна робота (~ 20 хвилин). Робота складається з двох задань, максимальна оцінка – **5 балів**.

Домашнє завдання ГКК 5.2- 5.4.

ГКК - Галицкий Е.М., Карнаков Б.М., Коган В.И. Задачи по квантовой механики, 1981; ЛЛ – Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика Дод.літ: Флюгге З. Задачи по квантовой механике. Т.1, Т.2. 1974