

**Квантова механіка. Фізичний факультет, 4 курс, 7 семестр.**

*Заняття №14. Квазікласичне наближення: правило квантування Бора-Зомерфельда.*

1. Рівняння Шредінгера в квазікласичному наближенні

$$\psi = \exp\left(\frac{i}{\hbar} \sigma\right),$$

$$\frac{1}{2m}(\hbar\sigma')^2 - \frac{i\hbar}{2m}\sigma'' = E - U(x),$$

$$\sigma = \sigma_0 + \left(\frac{\hbar}{i}\right)\sigma_1 + \left(\frac{\hbar}{i}\right)^2\sigma_2 + \dots$$

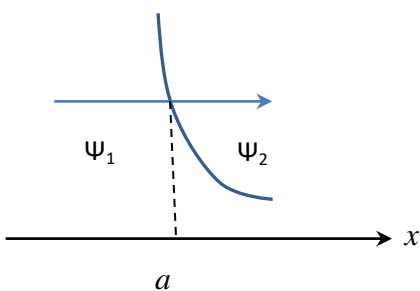
Загальний розв'язок квазікласичного РШ з точністю до  $\sigma_1$  має вигляд:

$$\psi(x) = \frac{C_1}{\sqrt{p}} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int p(x) dx\right) + \frac{C_2}{\sqrt{p}} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int p(x) dx\right) \quad \text{— в класично доступній області}$$

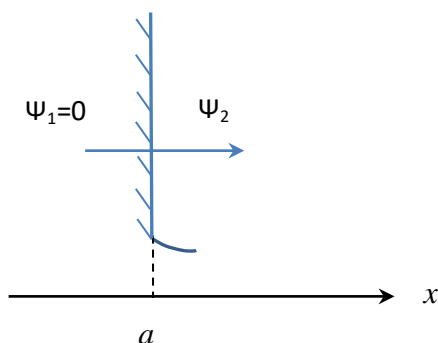
$$\psi(x) = \frac{C_1}{\sqrt{|p|}} \exp\left(-\frac{1}{\hbar} \int |p(x)| dx\right) + \frac{C_2}{\sqrt{p}} \exp\left(\frac{1}{\hbar} \int |p(x)| dx\right) \quad \text{— в класично недоступній області.}$$

Умова придатності:  $\left|\tilde{\lambda} \frac{dp}{dx}\right| \ll |p|$ ,  $p(x) = \sqrt{2m(E - U(x))}$ ;  $\tilde{\lambda} = \frac{\hbar}{p(x)}$ .

2. Граничні умови для квазікласичної хвильової функції (умови «зшивання»).

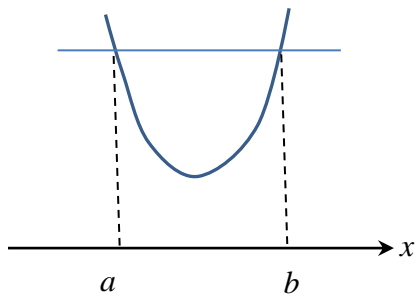


$$\frac{C}{2\sqrt{|p|}} \exp\left[\frac{1}{\hbar} \int_x^a |p| dx\right] \rightarrow \frac{C}{\sqrt{p}} \sin\left[\frac{1}{\hbar} \int_a^x p dx + \frac{\pi}{4}\right]$$



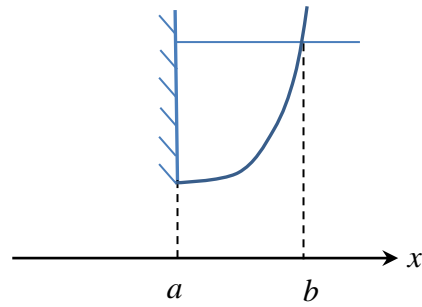
$$0 \rightarrow \frac{C}{\sqrt{p}} \sin\left[\frac{1}{\hbar} \int_a^x p dx\right]$$

## 2.1. Правило квантування Бора-Зомерфельда.



$$\int_a^b p dx = \pi \hbar \left( n + \frac{1}{2} \right)$$

або  $\oint p dx = 2\pi \hbar \left( n + \frac{1}{2} \right).$



$$\int_a^b p dx = \pi \hbar \left( n + \frac{3}{4} \right).$$

або  $\oint p dx = 2\pi \hbar \left( n + \frac{3}{4} \right).$

**Задача 1.** Отримати квазікласичний вираз для рівнів енергії лінійного осцилятора. (ГКК № 9.1)

**Задача 2.** Отримати квазікласичний вираз для рівнів енергії частинки в нескінченно глибокій ямі  $U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0, x > a; \\ 0, & 0 < x < a. \end{cases}$

**Задача 3.** Отримати квазікласичний вираз для рівнів енергії частинки в полі  $U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0; \\ mgx, & x > 0. \end{cases}$  (ГКК № 9.3)

**Домашнє завдання:** ЕК Гл.7 № 3-6.

ЛЛ - Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика

ЕК - Елютин П.В., Кривченков В.Д. Квантовая механика, 1976

ГКК - Галицкий Е.М., Карнаков Б.М., Коган В.И. Задачи по квантовой механике, 1981