

## Задачі до іспиту з електродинаміки для студентів

### третього курсу фізичного факультету

1. Поверхня провідника являє собою площину з виступом у формі напівсфери радіуса  $R$ . Центр сфери лежить на площині. Далеко від виступу поверхнева густина заряду дорівнює  $\sigma_0$ . Знайти розподіл заряду на виступі, а також на площині біля виступу.
2. В лінійній антені довжиною  $l$  збуджена стояча хвиля струму  $I$  з амплітудою  $I_0$ , частотою  $\omega$  і вузлами на кінцях антени. Число напівхвиль струму, що укладаються на довжині антени, дорівнює  $n$ . Знайти середній за часом кутовий розподіл інтенсивності випромінювання антени.
3. Визначити магнітний момент кулі, яка рівномірно заряджена по об'єму і обертається навколо одного з своїх діаметрів з постійною кутовою швидкістю  $\Omega$ .
4. Визначити закон зміни енергії з часом для заряду, що рухається коловою орбітою в постійному і однорідному магнітному полі та втрачає енергію шляхом випромінювання.
5. Визначити релятивістський рух заряду в посах паралельних та однорідних електричному й магнітному полях.
6. Точковий заряд  $q$  знаходиться в середовищі з проникністю  $\varepsilon_1$  на відстані  $h$  від плоскої границі з діелектриком, проникність котрого  $\varepsilon_2$ . Знайти потенціал поля.
7. Визначити магнітний момент сфери, рівномірно зарядженої по поверхні, що обертається навколо одного із своїх діаметрів.
8. Вивести формули додавання швидкостей для випадку, коли швидкість  $V$  системи  $K'$  відносно  $K$  має довільний напрямок.
9. Сфера радіуса  $R$  заряджена по поверхні по закону  $\sigma = \sigma_0 \cos \theta$ . Знайти потенціал електричного поля.
10. Потік монохроматичних  $\mu$ -мезонів, народжених у верхніх шарах атмосфери, падає вертикально вниз. Знайти відношення інтенсивності потоку  $\mu$ -мезонів на висоті  $h$  над рівнем моря і на рівні моря, враховуючи, що в шарі повітря товщиною  $h$ , що розглядається, відбувається тільки ослаблення потоку за рахунок природного розпаду  $\mu$ -мезонів. Енергія  $\mu$ -мезонів

$4,2 \cdot 10^8$  eВ,  $h=3$  км, середній час життя  $\mu$ -мезона, що знаходиться в спокої  $\tau=2,2 \cdot 10^{-6}$  секунд.

11. Знайти потенціал і напруженість поля рівномірно зарядженого прямолінійного відрізка довжиною  $2a$ , що займає частину вісі  $z$  від  $-a$  до  $a$ ; заряд відрізка дорівнює  $q$ .

12. Знайти потенціал, напруженість і енергію електричного поля шару, рівномірно зарядженого по об'єму. Радіус шару –  $R$ , заряд шару дорівнює  $Q$ .

13. В системі  $K$  електричне і магнітне поля перпендикулярні  $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$  ( $E > H$ ). З якою швидкістю відносно  $K$  має рухатися система  $K'$ , в котрій є тільки електричне чи тільки магнітне поле.

14. В системі  $K$  електричне і магнітне поля перпендикулярні  $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$  ( $E < H$ ). З якою швидкістю відносно  $K$  має рухатися система  $K'$ , в котрій є тільки електричне чи тільки магнітне поле.

15. Ефект Комптона.

16. Знайти потенціал поля на великих відстанях від системи чотирьох зарядів, що розташовані по вісі  $z$  на дистанції  $a$  один від одного. У початку координат знаходиться заряд  $-q$ , далі  $+3q$ , потім  $-3q$ , і  $+q$ .

17. Ракета розганяється від стану спокою до швидкості  $v_1 = (0,9999)^{1/2}c$ . Прискорення ракети  $a=20\text{м/с}^2$  в системі, що миттєво супроводжує ракету. Скільки часу триватиме розгін ракети по годиннику в системі, що супроводжує і по годиннику в ракеті?

18. Визначити повне випромінювання релятивістської частинки з зарядом  $e_1$ , що пролітає на прицільній відстані  $\rho$  в кулонівському полі нерухомого заряду  $e_2$ .

19. Визначити закон зміни енергії з часом для заряду, що рухається по колу в постійному магнітному полі, що втрачає енергію шляхом випромінювання.

20. Знайти швидкість частинки з масою  $m$  і зарядом  $e$ , що пройшла різницю потенціалів  $U$  (початкова швидкість дорівнює нулю). Спростити загальну формулу для нерелятивістського та ультра релятивістського випадків.

21. Знайти перетворення Лоренца для координат і часу у випадку, коли швидкість руху однієї інерційної системи відліку відносно іншої має довільний напрямок.

22. Дослідити рух нерелятивістського заряду в схрещених електричному і магнітному полях (постійних та однорідних).
23. Визначити випромінювання диполя, що обертається в одній площині з постійною кутовою швидкістю  $\Omega$ .
24. Заряди  $+q$  і  $-q$  розташовані у вершинах квадрату зі стороною  $a$ . У початку координат знаходиться заряд  $+q$ , а сторони квадрату паралельні вісям  $Ox$  та  $Oy$ . Знайти потенціал поля цієї системи на великих відстанях.
25. Заземлена провідна площина має виступ у вигляді напівсфери радіуса  $R$ . Центр сфери лежить на площині. На осі симетрії системи, на відстані  $l > R$  від площини знаходиться точковий заряд  $e$ . Знайти потенціал поля, а також заряд, що індукований на виступі.
26. Прямолінійна нескінченно довга смуга має ширину  $a$ . Вздовж смуги тече струм  $I$ , який рівномірно розподілений по її ширині. Знайти магнітне поле.
27. В інерціальній системі відліку  $K$  електричне і магнітне поля складають гострий кут. З якою швидкістю відносно  $K$  має рухатися система  $K'$ , в котрій ці поля паралельні?
28. Двогранний кут між двома заземленими провідними площинами прямої. Всередині кута знаходиться точковий заряд. Знайти потенціал електричного поля, а також розподіл зарядів на площинах.
29. Заземлена провідна площина має виступ у вигляді напівсфери радіуса  $R$ . Центр сфери лежить на площині. На вісі симетрії системи, на відстані  $l > R$  від площини знаходиться точковий заряд  $e$ . Знайти потенціал поля, а також заряд індукований на виступі.
30. Поверхня провідника представляє собою площину з виступом у формі напівсфери радіуса  $R$ . Центр сфери лежить на площині. Далі від виступу поверхнева густина заряду дорівнює  $\sigma_0$ . Знайти розподіл заряду на виступі, а також на площині біля виступу.
31. Металева куля радіуса  $R$  вноситься в електричне поле, яке при відсутності кулі було однорідним і рівним  $\mathbf{E}_0$ . Діелектрична проникність середовища  $\epsilon_0$ . Визначити потенціал в середовищі і розподіл зарядів на кулі.
32. Підрахувати  $\operatorname{div}\left(\frac{\vec{a}}{r^3}\right), \operatorname{rot}\left(\frac{\vec{a}}{r^3}\right), \vec{a}$  – постійний вектор.
33. Підрахувати  $\operatorname{div}(\vec{a}r^5), \operatorname{rot}(\vec{a}r^5), \vec{a}$  – постійний вектор.

34. У всіх інерційних системах відліку задана сукупність чотирьох величин  $A_i$ ,  $B_i$  та відомо, що  $A_i B_i = \text{inv}$ . Довести, що якщо  $B_i$  - вектор, то  $A_i$  також вектор.

35. Нехай  $A_i$  - чотирьохвимірний вектор, довести, що  $\frac{\partial A_i}{\partial x_k}$  - чотирьохвимірний тензор другого рангу.

36. Виразити  $e_{\alpha\beta\gamma} e_{\alpha\mu\nu}$  через символи Кронекера.

37. В інерціальній системі відліку К електричне і магнітне поля задані векторами  $\mathbf{E} = (0, E, 0)$ ;  $\mathbf{H} = (0, 0, E)$ . Знайти поля  $\mathbf{E}'$  та  $\mathbf{H}'$  в системі  $K'$ , яка рухається зі швидкістю  $V = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c$  уздовж вісі  $x$  відносно К.

38. Двогранний кут між двома заземленими провідними площинами  $\pi/4$ . В середині кута знаходиться точковий заряд  $q$ . Знайти потенціал електричного поля.

39. В інерціальній системі відліку К електричне і магнітне поля задані векторами  $\mathbf{E} = (0, E, 0)$ ;  $\mathbf{H} = (0, 0, E)$ . Знайти поля  $\mathbf{E}'$  і  $\mathbf{H}'$  в системі  $K'$ , яка рухається зі швидкістю  $V = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot c$  уздовж вісі  $x$  відносно системи відліку К.

40. Інтеграл по замкненому контуру  $\oint \varphi d\vec{l}$  перетворити в інтеграл по поверхні, що спирається на цей контур.

41. В інерційній системі відліку К електричне і магнітне поля задані векторами  $\mathbf{E} = (E, 0, 0)$ ;  $\mathbf{H} = (0, 0, E)$ . Знайти поля  $\mathbf{E}'$  і  $\mathbf{H}'$  в системі  $K'$ , котра рухається зі швидкістю  $V$  вздовж вісі  $x$  відносно К.